

## Modeling the dynamics of production and distribution systems

D.N. Shukayev, A.K. Amanzholova\*, M. Gali

Satbayev University, Almaty, Kazakhstan

\*Corresponding author: [akerke.amanzholova.01@mail.ru](mailto:akerke.amanzholova.01@mail.ru)

**Abstract.** The article studies the dynamics of production and distribution systems under a high degree of demand and supply instability, characteristic of current market conditions. The paper develops a «flow tank» technological process for a logistical distribution module. This principle, first proposed by J. Forrester, assumes the alternation of blocks characterizing volume indicators with indicators of flow intensities. The modelling, analysis and decision-making methods based on several logistic modules of production and distribution systems are considered. The proposed methods aim to increase the operational efficiency of flows and processes in various logistics modules. The proposed technological algorithms and equations for managing product and information flows demonstrate a fruitful way of analyzing and improving decision-making in production and product distribution systems. The paper also proposes practical algorithms for modelling demand and production conditions for the modules under consideration. The simulation and analytical models of the proposed modules can serve as the basis for creating information systems for efficient analysis and planning of operating processes in supply chains.

**Keywords:** logistics, modeling, production and distribution system, technological scheme, supply chain.

### 1. Кіріспе

Өндірісті басқару әдістері оның тиімділігін арттыруға бағытталған және ешқашан өзектілігін жоғалтпайтын проблема. Бұл проблеманы шешудің негізгі құралдарының бірі қазіргі кезеңде аналитикалық-имитациялық модельдеу және өндірістің даму динамикасын нақтылау мақсатында ұйымдық-экономикалық процестерді талдау болып табылады.

Өндірісті басқару проблемасының осы мақалада қарастырылған аспектісінің негізі өткен ғасырдың аяғында қаланды [1-3]. Атап айтқанда, [1] көзде өндірістік процестің кезеңдері арасындағы ақпараттық байланыс шеңберінде кәсіпорынды динамикалық экономикалық объект ретінде модельдеу әдісі ұсынылған. Келесі жұмыста [2] ұйым динамикалық сипаттағы өзін-өзі реттейтін жүйе ретінде қарастырылады.

Ал [3] көзде «арифметикалық менеджмент» деп аталатын әдіс математиканы кеңінен қолданумен және басқару мәселелерін шешуге жүйелі көзқараспен жасалған.

Логистикалық жүйелер саласындағы бірқатар заманауи жұмыстардың [4, 5, 6] талдауы көрсеткендей көптеген қызмет көрсетушілермен және көлік түрлерімен күрделі көп сатылы өзара әрекеттесуге көп көңіл бөлінеді. Олардың даму динамикасын нақтылау мақсатында ұйымдастырушылық-экономикалық процестерді талдаудың имитациялық модельдері әзірленді [7].

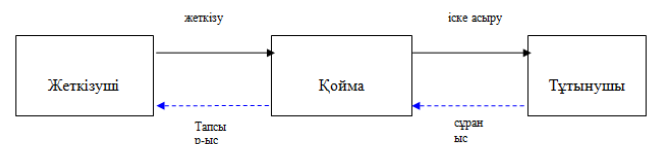
Келесі [8] мақалада авторлар типтік өндірістік-сату жүйесінің сату буынының функционалдық құрылымын, технологиялық схемасын және технологиялық процестерінің модельдерін ұсынды. Бұл ретте өндірістік буын тауарларды өткізу буынының қоймасына жеткізуді жүзеге асыратын кейбір пассивті көз ретінде қарастырылды. Бұл мақалада функционалды құрылымды,

технологиялық схеманы, өндірістік буынның технологиялық процестерінің моделін және олардың негізгі параметрлері мен көрсеткіштерінің кездейсоқтығы және белгісіздігімен сипатталатын жағдайларда осы екі буынның арасындағы байланысты құру проблемасы қарастырылады.

### 2. Зерттеу әдістері және материалдары

Бұл жұмыстың мақсаты - құрылған логистикалық модульдер негізінде модельдеу, талдау және шешім қабылдау әдістерін жасау. Бұл модульдердің әрқайсысы белгілі бір мақсаттарға жетуге арналған, мысалы, жеке көрсеткіштердің өндіріс процесінің тиімділігіне әсерін талдау, өндіріс жүйесінің даму динамикасының траекториясын алу және т. б.

1-суретте зерттеу объекті буындарының арасындағы қарым – қатынас келтірілген.



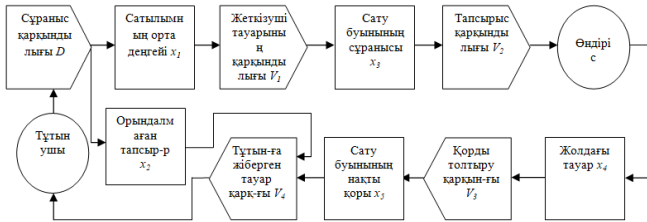
Сурет 1. Зерттеу объекті буындарының өзара қатынас схемасы

Зерттеу объектісінің сипаттамасы мен формализациясы сату буынынан басталады, яғни өндіріс әзірге тауар жеткізушінің көтерме базасында пассивті рөл атқарады.

«Тұтынушы» блогында сұраныстардың кездейсоқ ағыны  $\{t, D\}$  туындайды.  $t$  – сұраныс түсетін момент, ал  $D$  – сұраныс мөлшері. Тиісінше, «Қойма» және

«Жеткізуші» блоктарында тауарды сақтау және қоймаға жеткізу ұйымдастырылады. Бұл жүйенің негізгі параметрлері: сұраныс шамасы (кездейсоқ)  $D$ , қоймадағы тауар мөлшерінің қатерлі шамасы  $V_{ст}$ , көтерме сауда базасынан жеткізілетін тауар мөлшерін анықтау стратегиясы.

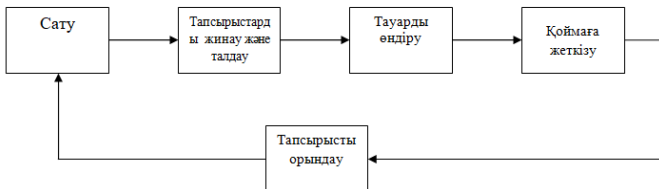
«Ағынды резервуар» принципі [1] негізінде зерттеу объектісінің жұмыс істеуінің технологиялық схемасын құрайық (2-сурет).



Сурет 2. Өткізу блогының жұмыс істеуінің технологиялық схемасы

Жүйенің өндірістік буынының негізгі функциялары 3-суретте келтірілген. Бұл жерде өндірістің ішкі қоймасы бар деп саналған және осы функционалдық құрылым өндіріс көлемі сатылым мөлшерімен тығыз байланысты өндіру – сату жүйелерін сипаттайды.

Осындай жағдай, мысалы, тағам өнеркәсіптеріне тән, себебі бұл жерде тауарды сақтау немесе оның жарамдылық мерзімі елеулі фактор болып саналады.



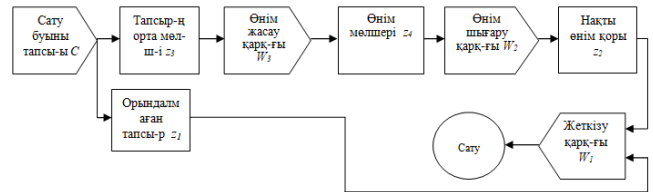
Сурет 3. Өндірістік блоктың функционалдық құрылымы

Бұл функционалдық құрылымда өндіріс буынының барлық негізгі функциялары анық көрсетілген. Сондықтан, тек «Тапсырыстарды талдау» блогына түсініктеме берейік. Бұл блокта тауарлардың қоймадағы нақты қорының мөлшеріне және өндірістің кейбір басқа параметрлеріне байланысты сұраныстарды өндірістің қорларынан алып немесе өндірісте жасалып жатқан өнімдер есебінен орындау қарқындылығының арасындағы қатынасы анықталады. Бірінші модульдің функционалдық құрылымы негізінде өндіру – сату жүйесінің келесі технологиялық схемасын құрайық (4 - сурет).

«Ағынды резервуар» [1] принципі негізінде, материалдық және ақпараттық ағындардың қарқындылығына сәйкес технологиялық процесс кезеңдері процесстің көлемдік параметрлерін қалыптастыратын кезеңдермен кезектендіріледі. Сондықтан, көлемдерінің мөлшері (суретте төртбұрыш арқылы белгіленген) блоктардың қарқындылықтарының кіріс және шығыс айырмашылықтары ретінде есептеледі.

Сату буыны тапсырыстарының қарқындылығы  $C$  өнімнің түріне байланысты үздіксіз немесе бүтінсанды

шамалармен сипатталады. Сату буыны тапсырыстарының орта мөлшері  $z_3$  тауарларды жасау қарқындылығын  $W_3$  жоспарлау үшін маңызды көрсеткіш болып саналады. Өнімді жасау процесі және оны шығару қарқындылығы, тиісінше,  $z_4$  және  $W_2$  параметрлерімен белгіленеді. «Ағынды резервуар» принципіне сай  $W_2$  және  $W_1$  параметрлері өндіріс қоймасындағы нақты қордың мөлшерін  $z_2$  көрсететін блоктың кірісі мен шығысын белгілейді. Сонымен қатар, сату буынына жіберілетін өнімдердің қарқындылығы  $W_1$  өндіріс орындай алмаған тапсырыстардың мөлшерімен де  $z_1$  байланысты болады.



Сурет 4. Өндіріс блогының технологиялық схемасы

### 3. Зерттеу нәтижелері және оларды талқылау

#### 3.1. ӨСЖ жұмыс процесінің моделін жасау

ӨСЖ моделін жасауды да «Сату» буыны моделін құрудан бастайық.

2-суретте келтірілген технологиялық схемаға қатысты процесстердің теңдеулерін жазайық. «Сұраныс қарқындылығы» блогында сырттан сұраныс ағыны қалыптасатындықтан, бірінші болып, орташаландырылған сату деңгейі блогының процесі бейнелейік. Орташаландырылған сату деңгейі жүйенің маңызды параметрі болып саналады. Ол параметр қоймадағы тауар (өнім) қорын қалыптастыруға және осы қорды толықтыруға қажет тапсырыс мөлшерінің жоспарларын жасауға негіз болады. Көрсеткіштік функциямен бейнеленетін тәуелділікке негізделген орташаландыру оң нәтиже беру үшін ол ең соңғы уақытта алынған деректерді қамтуы қажет. Бұл жерде сатылым мөлшерінің ағымдағы  $t_j$  моментіндегі орташаландырылған шамасы  $x_1[t_j]$  былай алынады:

$$x_1[t_j] = x_1[t_i] + \tau \left( \frac{1}{a_1} \right) * (D[t_j - t_i] - x_1[t_i]) \tag{1}$$

Бұл жерде  $x_1[t_i]$  алдыңғы  $t_i$  – моментіндегі орташаландырылған сату мөлшері,  $D[t_j - t_i]$  – соңғы уақыт интервалындағы сұраныс қарқындылығы, ал  $1/a_1 - \tau$  интервалындағы сұраныс әсерін сипаттайтын коэффициент.

Жеткізушіден алдағы  $t_j$  моментінен  $t_k$  моментіне дейін алынатын тауар қарқындылығы  $V_1[t_k - t_j]$  келесі өрнекпен есептеледі

$$V_1[t_k - t_j] = D[t_j - t_i] + \frac{1}{a_2} (a_3 x_1[t_j] - x_5[t_i]) \tag{2}$$

Бұл өрнектің мәнін оңай түсінуге болады. Сатып алу қарқындылығы, ең алдымен, әрине, сатылған тауардың қордағы орнын толтыру үшін қалыптасқан сұраныс қарқындылығымен  $D[t_j - t_i]$  байланысты. Өрнектің екінші бөлшегі қордың тиімді  $a_3 x_1[t_j]$  және нақты  $x_5[t_i]$  мөлшер-

лері арасындағы айырмашылыққа байланысты (кешігу  $a_2$  параметрін ескере) қалыптасқан қарқындылықты түзетуге арналған. Мұнда  $a_3$ -орташа сату мәні мен қажетті сату маржасы арасындағы пропорционалдылық коэффициенті.

Сату буынының тіркеу кезеңінде жатқан тапсырыстарының мөлшері  $x_3[t_j]$  келесі теңдеуден анықталады

$$x_3[t_j] = x_3[t_i] + \tau(V_1[t_j - t_i] - V_2[t_j - t_i]) \quad (3)$$

«Ағынды резервуар» принципіне сай  $V_2[t_k - t_j]$  сату буынында анықталған тауарды сатып алу қарқындылығын белгілейді және келесі өрнекпен есептеледі (4)

$$V_2[t_k - t_j] = \frac{x_3[t_j]}{a_2} \quad (4)$$

мұндағы  $a_2$ -сату буынында төлемнің кешігуі.

«Жолдағы тауар» және «Қорды толтыру қарқындылығы» блоктарында көрсетілген сату буынына жеткізілетін тауар, тиісінше, (5) және (6) өрнектермен анықталады және (3) пен (4) тәрізді келесі құрылыммен сипатталады

$$x_4[t_j] = x_4[t_i] + \tau(W_1[t_j - t_i] - V_3[t_j - t_i]) \quad (5)$$

$$V_3[t_k - t_j] = \frac{x_4[t_j]}{a_4} \quad (6)$$

Бұл жерде  $a_4$ -тауарларды өткізу буынына тасымалдаудың кешігуі;  $V_3$  - сату буыны алатын жүктер;  $W_1$  - өндірістің қоймасынан алынатын жүктер.

Сол сияқты, нақты сату қорларын анықтайтын теңдеуді алуға болады

$$x_5[t_j] = x_5[t_i] + \tau(V_3[t_j - t_i] - V_4[t_j - t_i]) \quad (7)$$

және сату буыны орындамаған тапсырыстардың мөлшерін де осы тәрізді табуға болады

$$x_2[t_j] = x_2[t_i] + \tau(D[t_j - t_i] - V_4[t_j - t_i]) \quad (8)$$

Тұтынушыларға жөнелтілетін тауар қарқындылығын  $V_4[t_k - t_j]$  келесі өрнектен аламыз

$$V_4[t_k - t_j] = \begin{cases} \frac{x_2[t_j]}{a_5 + a_6 * a_3 * x_1[t_j] / x_2[t_j]} \leq \frac{x_5[t_j]}{\tau} \\ \frac{x_5[t_j]}{\tau} < \frac{x_2[t_j]}{a_5 + a_6 * a_3 * x_1[t_j] / x_5[t_j]} \end{cases} \quad (9)$$

мұндағы  $a_5$ -сату буынының тапсырысты орындауының ең аз кідірісі;  $a_6$ -ұйымдық сипаттағы тапсырыстарды орындаудың кідірісі.

$V_4[t_k - t_j]$  қарқындылығының мөлшері нақты жағдайда дұрыс болатын теңсіздіктің оң немесе сол жағына тең болады.

Енді «өндіру» буынындағы процессті басқару моделін құруға көшейік.

4-суретте келтірілген технологиялық схемадағы процесстердің теңдеулерін сипаттауға кірісейік. Басында белгіленген уақыт моменттеріндегі көлемдік параметрлерді анықтайық. Сату буыны тапсырыстарының орта-

шаландырылған мөлшері осы жүйенің маңызды параметрі болып саналады. Ол өнімді шығару қарқындылығын анықтайтын жоспарға негіз болады.  $Z_3$  параметрінің мөлшерін келесі формуламен есептейміз

$$z_3[t_j] = z_3[t_i] + \tau \left( \frac{1}{b_4} \right) (C[t_j - t_i] - z_3[t_i]) \quad (10)$$

Бұл жерде  $z_3[t_i]$  - осы параметрдің өткен  $t_i$  моментіндегі мөлшері,  $C[t_j - t_i]$  - соңғы интервалындағы сату буыны тапсырыстарының қарқындылығы, ал  $b_4$  осы интервалдағы тапсырыстардың әсерін сипаттайтын константа. Келесі көлемдік параметр болып, жасалу сатысында жатқан өнімнің көлемі, саналады. Бұл мөлшер келесі өрнекпен анықталады

$$z_4[t_j] = z_4[t_i] + \tau(W_3[t_j - t_i] - W_2[t_j - t_i]) \quad (11)$$

Аяқталмаған өндіру көлемі  $z_4[t_j]$  «ағынды резервуар» принципіне сай келесі жолмен анықталады: осы параметрдің алдыңғы мөлшері кірістегі жоспарланған өнімді жасау қарқындылығының мөлшері  $W_3$  және шығыстағы өнімді жасау қарқындылығы  $W_2$  айырмашылығын ескере түзетіледі. Қоймадағы нақты қордың және сату буынының өндіріс орындамаған тапсырыстар мөлшерлерін сипаттайтын  $z_2$  және  $z_1$  параметрлері де осы жолмен анықталады

$$z_2[t_j] = z_2[t_i] + \tau(W_2[t_j - t_i] - W_1[t_j - t_i]) \quad (12)$$

$$z_1[t_j] = z_1[t_i] + \tau(C[t_j - t_i] - W_1[t_j - t_i]) \quad (13)$$

Енді қарқындылық теңдеулеріне ауысайық. «Сату буыны тапсырыстары» блогында сұраныстың сату буынында анықталатын сырттан түсетін ағыны қалыптасатындықтан «Өнімді өндіру қарқындылығы» блогындағы процесстерді сипаттаудан бастайық.

Өнімді өндіру қарқындылығы келесі теңдеумен анықталады

$$W_3[t_k - t_j] = \begin{cases} g_1, \text{if } g_1 \leq b_6 \\ b_6, \text{if } g_1 > b_6 \end{cases} \quad (14)$$

Бұл жерде  $g_1 = C[t_{j+1} - t_j] + \frac{1}{b_5}(b_3 z_3[t_j] - z_2[t_{j-1}])$  - жоспарланатын өндіру қуаттылығы;  $b_3$  - орташаландырылған сату буыны тапсырыстары мен өндіріс қоймасындағы тиімді қор мөлшері арасындағы парапарлық коэффициенті. Егер өндіру қуаттылығының шектік мөлшері  $b_6$  жоспарланғаннан аздау болса, онда  $W_3$  қарқындылығы нақтылы жағдайға сай теңсіздік мөлшерін қабылдайды.

Бұл теңдеудің мәнін түсіну қиын емес. Шынымен, өнімді өндіру қарқындылығы, алдымен, сату буыны тапсырыстары қарқындылығына  $C[t_j - t_i]$  тәуелді болады, екіншіден, теңдеудің құраушылары қалыптасқан қарқындылықты тиімді  $b_5 z_3[t_j]$  және нақты  $z_2[t_i]$  қорлардың айырмашылығына қарасты және  $b_5$  кешігуін ескере түзетуші ретінде қаралады және жүйенің қордағы тауар дефицитінің пайда болуына реакция ретінде есептеледі. (14) өрнегі бұл тұжырымдар тек қана өндіру қуатының шектік  $b_6$  мөлшерінен аспауы жағдайында ғана орын алатынын көрсетеді. Өнімнің қарқындылығын анықтау үшін бірінші ретті кешігу теңдеуі қолданылады.

$$W_2[t_k - t_j] = z_4[t_j] / (b_8) \tag{15}$$

мұндағы  $b_8$  – өнімді өндіруге жұмсалған уақыт аралығына байланысты кешігу.

Өндірістен сату буынына келетін өнімнің қарқындылығын анықтау үшін бірнеше факторларды ескеру қажет. Олар тек нақты қордың болуымен ғана емес, орындалмаған тапсырыстардың мөлшерлері және тасымалдау мен ұйымдастыруға байланысты кешігулер. Аталғандарды ескере отырып өндірістен сату буынына келетін өнімнің қарқындылығын есептеу үшін келесі өрнекті аламыз

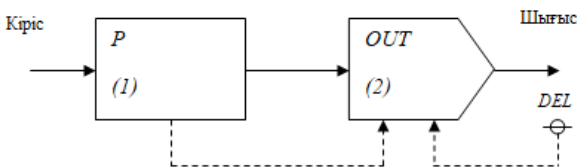
$$W_1[t_k - t_j] = \begin{cases} g_2, \text{if } g_2 \leq \frac{z_2[t_j]}{\tau} \\ \frac{z_2[t_j]}{\tau}, \text{if } \frac{z_2[t_j]}{\tau} < g_2 \end{cases} \tag{16}$$

бұл жердегі  $g_2 = \frac{z_1[t_j]}{(b_1 + b_2 + b_3 + z_s[t_j] / z_2[t_j])}$ ;  $b_1$  – сату

буыны орындайтын тапсырыстардың минимальді кешігуі;  $b_2$  – тапсырыстарды орындауды ұйымдастыруға қатысты кешігулер.

$W_j[t_k - t_j]$  қарқындылығы нақтылы жағдайға сай теңсіздік мөлшерін қабылдайды. Жоғарыда келтірілген технологиялық схемаларда көрсетілгендей ӨСЖ – гі процесстерде кешуілер маңызды фактор болып саналады және оларды әртүрлі функциялар көмегімен анықтай аламыз. Бұл жерде тек кешігу функциясының бір түрін қарастырамыз. Ол формасы қарапайым болғанымен нақты жүйелердің жұмыс барысын жеткілікті дәрежеде толық сипаттайтын көрсеткіштік функция.

Бірінші ретті көрсеткіштік кешігу (5-сурет) шығыстағы ағынның деңгейі (кіріс пен шығыстағы ағындар қарқындылықтарын қамтитын), деңгей мөлшерінен және орта кешігуден (константа) тәуелді қарқындылықтан тұрады; кірістегі ағын қарқындылығы жүйенің басқа бөлімдерімен анықталады.



Сурет 5. Бірінші ретті көрсеткіштік кешігу

Кешігулердің осы түрінің анықтамалығына сай шығыстағы ағын қарқындылығы орта кешігуге бөлінген деңгейге тең [1]:

$$OUT[t_k - t_j] = \frac{P[t_j]}{DEL}, \tag{17}$$

бұл жерде  $OUT$  – шығыстағы ағын қарқындылығы (бірлік/уақыт);  $P$  – кешігу қалпындағы деңгей (бірлік);  $DEL$  – кешігуді аяқтауға қажетті орта уақытты көрсететін кешігу тұрақтылығы.

(17) теңдеу қарқындылыққа қатысты теңдеу болады және «жасырын» шешімді анықтайды. Себебі ол

жетекшінің нұсқауы бойынша қабылданбайды, ол айнымалы  $P$  деңгейімен сипатталатын жүйенің осы уақыт моментіндегі күйінен туындайды. Кешігу шеңберінде мөлшері  $P$  деңгейіндегі жылжытуларды табатын теңдеу пайда болғанша кешігуді сипаттау толық болып саналмайды.

Кешігу жағдайындағы  $P$  деңгейі, кірістегі және шығыстағы ағындар қарқындылықтарының айырмашылығы арқасында жиналады:

$$P[t_j] = P[t_{j-1}] + \tau(IN[t_j - t_{j-1}] - OUT[t_j - t_{j-1}]) \tag{18}$$

$\tau$  – теңдеулерді біртіндеп шешу аралығы (уақыт);  $IN$  – жүйенің басқа теңдеуімен берілетін кіріс ағынының қарқындылығы (бірлік/уақыт);

Ең жетілдірілген ұйымдық жүйе болса да ол ылғида басқаруды және реттеуші шешімдерді қабылдауды талап етеді. Себебі осы жүйе қолданылатын ішкі және сыртқы ортада әрдайым өзгерістер болып тұрады. Ең күрделі өзгерістер сыртқы ортада орын алады. Олардың себептері – кризис, валюта курсының және нарық конъюктурасының күрделі тербелістері, жаңа технологиялардың дамуы, инновациялар және т.б. факторлар әсері. Осы аталған факторлар жеткізу тізбектеріне (бұрыннан қалыпты жұмыс істейтін тізбектерді де қоса) мониторинг, бақылау және әрдайым жобалауды талап етеді. Жеткізу тізбегі әртүрлі жағдайларға икемденіп, өзгерістерге сай болу үшін «логистикалық жүйені жүйелік жоспарлау мен жобалау әдістемелігін» пайдалану қажет. Сонда туындаған әртүрлі жағдайларды ескеру және оқиғалардың болашақта даму альтернативтерін бағалау мүмкіндігі пайда болады.

### 3.2. Сұранысты модельдеу

Сұраныс кездейсоқ  $\{t_j, D_j\}$  ағынын құрсын. Тапсырыстардың түсу  $\{t_j\}$  моменттерін модельдеу, оның жиынтығының (тізбегінің)  $T = \{t_j\}$  интервалдар аралықтарының  $\square(\tau)$  тығыздық функциясы берілген стационарлы Пальм ағынын құрайтын жалпы жағдайды қарастырайық.  $t_j$  моменттерін анықтау үшін келесі стандартты формуланы қолданамыз

$$t_j = t_{j-1} + \tau_j, j = 1, 2, \dots, n,$$

бұл жерде  $\tau_j$  – тапсырыстардың түсу моменттері арасындағы интервал. Пальм ағынын модельдеу үшін тек  $\varphi(\tau)$  тығыздық функциясын білу жеткіліксіз, себебі бірінші интервалдың тығыздық функциясы әдетте  $\varphi(\tau)$  – дан өзгеше болады  $\varphi_1(\tau) \neq \varphi(\tau)$ .

Сондықтан  $\varphi_1(\tau)$  – ді анықтау үшін Пальм формуласын қолдануымыз қажет [9]

$$\varphi_1(\tau_1) = \lambda \left( 1 - \int_0^{\tau_1} \varphi(\tau) d\tau \right) \tag{19}$$

бұл жерде  $\lambda$  – ағынның қарқындылығы.

$T = \{t_j\}$  ағынының элементтері арасындағы  $\tau_j$  интервалының мөлшері, үздіксіз кездейсоқ шамаларды модельдеуге арналған кері функция әдісі арқылы анықталады, ол әдістің негізі келесі теорема ретінде тұжырымдалған [10]:

«Нақты мөлшері келесі (20) формуласымен

$$\mathcal{G}(\tau) = \int \varphi(\tau) d\tau = u \quad \text{немесе}$$

$$\tau = \mathcal{G}^{-1}(u), \quad (20)$$

анықталатын  $\tau$  кездейсоқ шамасы  $\varphi(\tau)$  тығыздық функциясымен сипатталатын заңдылыққа бағынады».

Бұл жерде  $u - [0, 1]$  аралығында бірқалыпты үлестірілген кездейсоқ шама. Ал дискреттік кездейсоқ шамаларды моделдеу үшін «Заңдылығы келесі кестемен

$$\begin{pmatrix} \tau_1 & \tau_2 & \dots & \tau_m \\ p_1 & p_2 & \dots & p_m \end{pmatrix},$$

берілген  $\square_k$  шамасы  $p_k$  ықтималдылығымен мына шарттар  $u \in \Delta_k$ , және  $\Delta_k = p_k$  орындалған жағдайда пайда болады» [10] теоремаға негізделген әдіс қолданылады. Егер тығыздық функциясы  $\varphi(\tau)$  ағынының элементтері арасындағы аралықтардың жиынтығы (тізбегі) үздіксіз кездейсоқ шама болса және белгілі стандартты теориялық үлестіру заңдарының біріне бағынса, онда  $T$  ағынының элементтері арасындағы  $\tau_j$  интервалының мәндерін модельдеу үшін келтірілген формулаларды қолдана аламыз [10].

Жоғарыда айтылғандарды ескере отырып, тұтынушылардың сұранысын модельдеу алгоритмі құрылды, оған келесі қадамдар кіреді [11]:

Қадам 1. Бастапқы деректерді енгізу.

Қадам 2. Пальм формуласы (19) арқылы  $\varphi_1(\tau)$  тығыздық функциясын анықтау.

Қадам 3. (20) теңдеуі негізінде келесі өрнектерді анықтау

$$\tau_1 = v_1^{-1}(u_1) \quad \text{и} \quad \tau_j = v^{-1}(u_j), \quad j > 1$$

және тапсырыстардың түсу моменттерінің аралықтарын есептеу.

Қадам 4.  $\{t_j\}$  ағын элементтерін  $t_j = t_{j-1} + \tau_j$  формуласымен есептеу.

Қадам 5. Кері функция әдісін қолданып келесі қатынасты анықтау

$$D(t_j) = \Phi^1(u_j)$$

Қадам 6. Келесі  $t_j \leq IM$  ( $IM$  – модельдеу интервалы) шартты тексеру. Ол орындалса 2-ші қадамға ауысу.

Қадам 7. Нәтижелерді шығару.

Қадам 8. Аяғы.

### 3.3. «Өткізу» модулінің жұмыс істеу алгоритмі

2-суретте көрсетілген модульдің технологиялық схемасының жұмыс істеу алгоритмін құруға көшейік.

Қадам 1. Бастапқы деректерді енгізу.

Қадам 2. Тұтынушы сұранысының қарқын-дылығын  $D[t_j]$  модельдеу ("сұраныс" қосалқы алгоритмін іске асыру)

Қадам 3. Орташа сату көлемін  $x_1[t_j]$  есептеу (1) бойынша

Қадам 4. (8) бойынша орындалмаған тапсырыс-тарды  $x_2[t_j]$  есептеу.

Қадам 5. Жеткізушілерден сатып алу қарқын-дылығын  $V_1[t_k - t_j]$  есептеу (2).

Қадам 6. Рәсімдеу сатысындағы өткізу буын-ындағы тапсырыстардың  $x_3[t_j]$  шамасын есептеу (3) бойынша.

Қадам 7. (4) бойынша өткізу буыны берген тауарды сатып алуға тапсырыстардың қарқындылығын  $V_2[t_j]$  есептеу.

Қадам 8. Өткізу буынына барар жолда тұрған тауар санын  $x_4[t_j]$  есептеу, бұл тауарларды өндірістен өткізу буынына тасымалдауды көрсетеді (5).

Қадам 9. Өткізу буынындағы қорларды толық-тырған жеткізілімдердің қарқындылығын  $V_3[t_k - t_j]$  есептеу (6) бойынша.

Қадам 10. Өткізу буынындағы тауардың нақты қорының шамасын  $x_5[t_j]$  есептеу (7).

Қадам 11. Тұтынушыға тауарды жөнелту қарқындылығын  $V_4[t_k - t_j]$  есептеу (9).

Қадам 12. Берілген  $T$  уақыт кезеңіндегі модель-деу нәтижелерін өңдеу және жүйенің әртүрлі параметрлерінің модуль жұмысының тиімділігіне әсерін бағалау

Қадам 13. Нәтижелерді шығару.

Қадам 14. Соңы.

Ағындардың қарқындылығы белсенділікті көрсетеді, ал көлемдер жүйедегі белсенділіктің нәтижесі болып табылатын күйді өлшейді. Қарқындылық теңдеулері жүйеде келесі уақыт аралығында болатын әрекеттерді реттейді. Қарқындылық теңдеулері, көлем теңдеулері сияқты, әр уақыт аралығында бір-біріне тәуелсіз шешіледі.

### 3.4. Өндірістің жұмыс істеу процесінің алгоритмі

3- суретте көрсетілген технологиялық схема негізінде жұмыс істеу алгоритмін құруға көшейік

Қадам 1. Бастапқы деректерді енгізу.

Қадам 2. Сыртқы сұраныс ағынын  $C[t_{j+1} - t_j]$  модельдеу («сұраныс» қосалқы алгоритмі).

Қадам 3. Сату тапсырыстарының орташа мәнін  $z_3[t_j]$  есептеу (10).

Қадам 4. Өндірісте орындалмаған тапсырыстар-дың көлемін  $z_1[t_j]$  есептеу (13).

Қадам 5. Тауар өндірісінің қарқындылығын  $W_3[t_{j+1} - t_j]$  есептеу (14).

Қадам 6. Өндірістің әртүрлі сатыларындағы және осы өндірісте одан әрі өндеуге немесе құрастыруға жататын өнімнің  $z_4[t_j]$  шамасын есептеу (11).

Қадам 7. Дайын өнімді шығару қарқындылығын  $W_2[t_{j+1} - t_j]$  есептеу (15).

Қадам 8. Тапсырыс беру сәтіндегі нақты өндіріс қорының көлемін  $z_2[t_j]$  по есептеу (12).

Қадам 9. Өнімді өткізу буынына жеткізу қарқын-дылығын  $W_1[t_{j+1} - t_j]$  есептеу (16).

Қадам 10. Нәтижелерді шығару.

Қадам 11. Соңы.

Қарастырылып отырған өндірістік-сату жүйесінің схемасы үшін оның 4-суретте көрсетілген элементтер арасындағы өзара тәуелділікті сипаттайтын сызықтар-дың бағыты өте маңызды. Тікбұрышты блоктар шешім-дер ағынына кіріспе болып табылады, яғни ақпарат жаңа

ақпарат көзі болып табылатын әрекетті басқаратын шешімдер қабылданатын тармаққа енгізіледі. Шешімдер процестің көлемдік параметрлері арасындағы ағындардың қарқындылығын реттейді. Ағындардың қарқындылығы процестің көлемдік параметрлерінің өзгеруіне әкеледі. Алайда, ағындардың қарқындылығы шешімдерге кіріс емес. Қазіргі уақытта ағынның қарқындылығы мүлдем өлшенбейді, белгісіз болып қалады және белгілі бір сәтте шешім қабылдауға әсер ете алмайды. Кезкелген уақыт аралығын қарастырған кезде, ең алдымен, жоғарыдағы блоктар үшін теңдеулер шешіледі, содан кейін алынған нәтижелер қарқындылық теңдеулерінде қолданылады.

#### 4. Қорытынды

Бұл мақалада экономикалық жүйелерді ұйымдастырудың әртүрлі деңгейлерін сипаттайтын және нарықтың белгісіздігі жағдайында өнеркәсіптік кәсіпорынның несиелік және инвестициялық ресурстарының даму динамикасын анықтауға мүмкіндік беретін динамикалық модельдер кешені қарастырылады. Барлық ұсынылған модельдер үшін тиімді алгоритмдер жасалды, оларды оңтайлы шешімдерді талдау мақсатында әртүрлі экономикалық параметрлерді өзгертуге модельдің сипаттамаларын модельдеу және талдау үшін жүзеге асыруға болады. Әрі қарайғы зерттеулер бұл әдісті [12] мақаласында жарияланған алдын ала модельдер негізінде шағын және орта бизнестің нақты процестерінде қолдануға бағытталған. Жұмыста алынған типтік модульдердің имитациялық-аналитикалық модельдері шағын және орта бизнес саласындағы логистикалық тізбегіндегі процестерді талдау мен жоспарлаудың ақпараттық жүйесін құруға негіз болып табылады.

#### References / Әдебиеттер

- [1] Forrester, J.W. (1961). *Industrial Dynamics*. Cambridge, MA: MIT Press
- [2] Beer, S. (1959). *Cybernetics and Management*. London: English Universities Press
- [3] Pervozvanskij, A.A. (1975). *Matematicheskie modeli v upravlenii proizvodstvom*. M.: Nauka
- [4] Anjali, S., Nitin, S. (2018). Supply chain risk and security management: an interpretive structural modelling approach. *International Journal of Logistics Economics and Globalisation*, 4(1), 117-132
- [5] Emel'janov, A.A. (2020). *Imitacionnoe modelirovanie jekonomicheskikh processov*. M.: *Finansy i statistika*
- [6] Sadjadi, S.J., Yazdian, S.A. & Shahanaghi, K. (2022). Optimal pricing, lot-sizing and marketing planning in a capacitated and imperfect production system. *Computers and Industrial Engineering*, 62(1), 349-358
- [7] Shukayev, D., Abdullina, V., Balgabayeva, L. & Lamasheva, Z. (2015). Simulation and analytical modeling of a sales system // 5th International Conference on Frontiers of Manufacturing Science and Measuring Technology (ICFMM). *Frontiers of manufacturing science and measuring technology V, Hong Kong, China*
- [8] Shukaev, D.N., Ergalieva, N.O., Lamasheva, Zh.B. & Abdikadyrova, A.A. (2014). *Imitacionno-analiticheskoe modelirovanie sistemy sbyta*. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*, (3)
- [9] Shukaev, D.N. (2022). *Komp'yuternoe modelirovanie*. Almaty: *Jevero*
- [10] Law, A.M., Kelton, W.D. (2011). *Simulation modeling and analysis*. NY: *Mc Graw-Hill*
- [11] Shukaev, D.N., Ergalieva, N.O. & Lamasheva, Zh.B. (2012). Modelirovanie nestacionarnyh puassonovskih potokov v sistemah s obshhim resursom. *Trudy mezhdunarodnoi nauchno – prakticheskoy konf. «Informacionnye i telekommunikacionnye tehnologii: obrazovanie, nauka, praktika»*, Almaty
- [12] Shukaev, D.N., Lamasheva, Zh.B. & Tokpanova, K.O. (2021). *Imitacionnaja model' malogo predpriyatija*. *Sovremennye naukoemkie tehnologii*, (4), 66-69

## Өндіріс және сату жүйелерінің динамикасын модельдеу

Д.Н. Шукаев, А.К. Аманжолова\*, М. Гали

Satbayev University, Алматы, Қазақстан

\*Корреспонденция үшін автор: [akerke.amanzholova.01@mail.ru](mailto:akerke.amanzholova.01@mail.ru)

**Аңдатпа.** Мақала қазіргі жағдайда тауарлық өнімге сұраныс пен ұсыныстың тұрақсыздығының жоғары дәрежесі жағдайында өндіріс және тарату жүйелерінің жұмыс істеу динамикасын зерттеуге арналған. Жұмыста логистикалық модульдің жұмыс істеуі үшін «ағынды резервуар» принципі бойынша технологиялық схема құрастырылады. Бұл принципті алғаш рет Дж.Форрестер қолданды және көлемдік көрсеткіштерді ағын қарқындылығын көрсеткіштерімен сипаттайтын ауыспалы блоктарды қамтиды. Өндіріс және тарату жүйелерінің бірнеше логистикалық модульдері негізінде модельдеу, талдау және шешім қабылдау әдістері қарастырылады. Сипатталған модульдер логистикалық процестердің тиімділігін арттыру мақсатында процестер мен ағындардың жұмыс істеуін талдауға арналған. Материалдық және ақпарат ағындарының модульдері мен теңдеулерінің ұсынылған технологиялық диаграммаларын пайдалана отырып, өндірістік және маркетингтік жүйелердегі қызмет ету және шешім қабылдау процестерін зерттеудің мүмкін жолы көрсетілген. Жұмыста сұранысты модельдеу алгоритмі және қарастырылатын модульдердің технологиялық схемасының жұмыс істеу алгоритмі ұсынылған. Жұмыста ұсынылған модульдердің имитациялық және аналітикалық модельдерін жеткізу тізбегіндегі процестерді талдау және жоспарлау үшін ақпараттық жүйені құрудың негізі болып табылады.

**Негізгі сөздер:** логистика, модельдеу, өндіріс және сату жүйесі, технологиялық процестің схемасы, жеткізу тізбегі.

## Моделирование динамики систем производства и сбыта

Д.Н. Шукаев, А.К. Аманжолова\*, М. Гали

Satbayev University, Алматы, Казахстан

\*Автор для корреспонденции: [akerke.amanzholova.01@mail.ru](mailto:akerke.amanzholova.01@mail.ru)

**Аннотация.** Статья посвящена исследованию динамики функционирования производственно-сбытовых систем в условиях высокой степени нестабильности спроса и предложений товарной продукции в современных условиях. В работе построена технологическая схема функционирования логистического модуля на основе принципа «проточного резервуара». Этот принцип впервые использован Дж. Форрестером и предполагает чередование блоков характеризующих показатели объемов с показателями интенсивностей потоков. Рассмотрены методы моделирования, анализа и принятия решений на основе нескольких логистических модулей производственно-сбытовых систем. Описанные модули предназначены для анализа функционирования процессов и потоков с целью повышения эффективности логистических процессов. Используя предложенные технологические схемы модулей и уравнения материальных и информационных потоков показан возможный способ исследования процессов функционирования и принятия решений в производственно-сбытовых системах. В работе предлагается алгоритм моделирования спроса и алгоритм функционирования технологической схемы рассматриваемых модулей. Полученные в работе имитационно-аналитические модели предложенных модулей являются основой для создания информационной системы анализа и планирования процессов в цепочках поставок.

**Ключевые слова:** логистика, моделирование, производственно-сбытовая система, технологическая схема, цепочка поставок.

Received: 08 March 2023

Accepted: 15 June 2023

Available online: 30 June 2023